

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

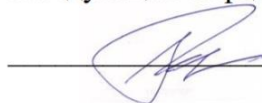
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук
Кафедра вычислительной механики и математики

Утверждено на заседании кафедры ВММ

«13» сентября 2024 г., протокол № 1

Заведующий кафедрой



В.В. Глаголев

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ) ДЛЯ
ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И
ПОРМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

«Математика»

**основной профессиональной образовательной программы
высшего образования – программы бакалавриата**

по направлению подготовки
27.03.04 Управление в технических системах

с направленностью
Цифровые технологии в системах обеспечения качества

Форма обучения: очная

Идентификационный номер образовательной программы: 270304-01-24

Тула 2024 год

Разработчик:

Лебедев А.М., проф., докт. техн. наук



ПОДПИСЬ

1. Описание фонда оценочных средств (оценочных материалов)

Фонд оценочных средств (оценочные материалы) включает в себя контрольные задания и (или) вопросы, которые могут быть предложены обучающемуся в рамках текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю). Указанные контрольные задания и (или) вопросы позволяют оценить достижение обучающимся планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), установленных в соответствующей рабочей программе дисциплины (модуля), а также сформированность компетенций, установленных в соответствующей общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

Полные наименования компетенций и индикаторов их достижения представлены в общей характеристике основной профессиональной образовательной программы.

2. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Задача 2. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$

Задача 3. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Задача 2. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ -2x - y = 1 \end{cases}$$

Задача 3. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому ви-

$$\text{ду: } \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}.$$

Задача 5. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

Задача 6. Вычислить производную:

$$y = x^{\sin x^3}.$$

Задача 7. При каком значении m ранг матрицы A равен 1, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & m & -4 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}?$$

Задача 8. Написать оператор проектирования на ось OX

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. По координатам точек $A(4,3,-2)$, $B(-3,-1,4)$, $C(2,2,1)$ найти проекцию вектора $\vec{c} = AC$ на вектор $\vec{d} = CB$.

Задача 2. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности найти x_1

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

Задача 6. Найти угол наклона касательной к $y = x^2 - 5x + 8$ в точке $x_0 = 3$ осью OX

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

Задача 2. Вычислить предел:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2 + 18n - 15}{7n^2 + 11n + 15} \right)^{n+2}$$

Задача 3. Найти производную

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$$

Задача 4. Вычислить производную:

$$y = x^{\sin x^3}$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. По координатам точек $A(4,3,-2)$, $B(-3,-1,4)$, $C(2,2,1)$ найти проекцию вектора $\vec{c} = \vec{AC}$ на вектор $\vec{d} = \vec{CB}$.

Задача 2. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности найти x_1

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

Задача 6. Найти угол наклона касательной к $y = x^2 - 5x + 8$ в точке $x_0 = 3$ осью ОХ

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$. Найти объем пирамиды.

Задача 2. Найти расстояние от точки $(4,-1)$ до прямой $8x-15y-11=0$.

Задача 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности найти x_1

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

Задача 6. Классифицировать разрыв функции $y = \arctg \frac{1}{x}$

Задача 7. Совпадают ли прямые $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+2}{4}$ и $4x+5y-2=0$?

2 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\text{Im } z$,

$$z = \frac{1+4i}{-i} + \frac{i-1}{3+i} + i^{10}$$

2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \sin x \cdot \cos^4 x dx$

3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 x \arccos x dx$

4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+2)}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\text{Re } z$,

$$z = \frac{3+i}{2+i} + \frac{3-2i}{-i} - i^8$$

Задача 2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{4+x^2}$

Задача 3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$

Задача 4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(x^2+2)(x-1)^2}$

Задача 5. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}$.

Задача 6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = x^2 - 3x + 2$, $y = 2 - x^2$

Задача 7. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \ln tg \frac{x}{y}$

Задача 8. Найти экстремальное значение функции $z = 4x + 4y - x^2 - y^2$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Im} z$,

$$z = \frac{3i}{-1-i} + \frac{1-i}{i} - i^9$$

2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$

3. Вычислить определённый интеграл $\int_{-1}^1 x \sin 3x dx$

4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{x dx}{(x-1)^2 (x+3)}$

5. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x + \cos x}$.

6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y^2 = x - 1$, $x = 5$

7. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \frac{x-y}{x+y}$

8. Найти расстояние от точки минимума функции $z = (x+y^2)e^{\frac{x}{2}}$ до начала координат

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

1. Вычислить определённый интеграл $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x - \cos x}$.

2. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$

3. Найти частные производные первого порядка от функции $z = x\sqrt{y} + \frac{x}{\sqrt[3]{y}}$

4. Является ли точка $(0,0)$ для функции $z = 2x^3 + 2y^3 + 6xy$ точкой экстремума.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Re} z$,

$$z = \frac{2+i}{1-3i} + \frac{i}{1-i} + i^{11}$$

Задача 3. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(3+5x)^4}$

Задача 3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos 3x dx$

Задача 4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x^2(x-2)}$

Задача 5. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5+4\cos x}$.

Задача 6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = x^2 - 3x + 2$, $y = 3x$

Задача 7. Найти частные производные первого порядка от функции

$$z = \sin(x^2 + y^2 - x)$$

Задача 8. Найти значение функции в точке максимума $z = 4x + 2y - x^2 - y^2 + 15$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Re} z$,

$$z = \frac{-2-4i}{-1+i} + \frac{-2+2i}{-4i} - i^{31}$$

2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-3x^2}}$

3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 xe^{2x} dx$

4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(2+x^2)x^2}$

5. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin dx}{1+\sin x+\cos x}$.

6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = 1 - 2x^2$, $y = x$

7. Найти частные производные первого порядка от функции

$$z = x^2 y + \ln(x^2 + y^2)$$

8. Найти расстояние от точки минимума функции $z = (x + y^2)e^x$ до начала координат

3 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Определите тип дифференциального уравнения:

$$1. xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y; \quad 2. y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x};$$

$$3. 2(y^3 - y + xy)dy = dx; \quad 4. y' = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

Задача 3. Сформулировать необходимый признак сходимости числового ряда.

Задача 4. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}.$$

Задача 2. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (5 \sin x - 3 \cos x).$$

Задача 4. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}.$$

Задача 5. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{(n+1)!}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[4]{2n+3}}.$$

Задача 6. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n-8}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 2-x; & 0 \leq x \leq 2 \\ 0; & 2 < x \leq 3 \end{cases}; f(x) - \text{четная}.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' + \frac{2y}{x} = x^3.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - 3y' - 2y = -4xe^x.$$

Задача 4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x.$$

Задача 5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 - 3}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}.$$

Задача 6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{2n^2 + 1}{5n^2 + 1} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln(n+1)}{n\sqrt{n}}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^{n-1}3^n}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-2; & 1 < x \leq 2 \\ -2x+6; & 2 < x \leq 3 \end{cases}; f(x) - \text{четная}.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Сформулировать условия абсолютной и условной сходимости знакопередающегося ряда.

Задача 2. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n(3n-1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}.$$

Задача 3. Записать разложение Тейлора по степеням x функций e^x ;

Задача 4. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} x; & 0 \leq x \leq 1 \\ 1; & 1 < x \leq 2 \end{cases}; \quad f(x) - \text{нечетная.}$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y^4 \cos x + 3y' = 0.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$2(y' + xy) = (x-1)e^x y^2.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}.$$

Задача 4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + y = 2 \cos 3x - 3 \sin 3x.$$

Задача 5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2+1)}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!4^n}.$$

Задача 6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1) \cdot 2^{2n+1}}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+n+1}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n-8}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 2-x; & 0 \leq x \leq 2 \\ 0; & 2 < x \leq 3 \end{cases}; f(x) - \text{нечетная.}$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{x}{y^2}.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}.$$

Задача 4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + y = 2\cos 7x - 3\sin 7x.$$

Задача 5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^{n+1}}.$$

Задача 6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+1)5^n}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 3; & 0 \leq x \leq 4 \\ 0; & 4 < x \leq 6 \end{cases}; f(x) - \text{четная.}$$

4 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$x = 8 - y^2, \quad x = -2y.$$

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4y,$$

$$z = 6 - x^2, \quad z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода:

$\int_L (x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy$, где L – эллипс $x = acost$, $y = b \sin t$, пробегаемый в положительном направлении.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sqrt{24 - x^2}, \quad 2\sqrt{3}y = x^2, \quad x = 0 \quad (x \geq 0).$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4y,$$

$$z = 4 - x^2, \quad z = 0.$$

Задача 3. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L (x - 2y^2) dl$, где L – контур треугольника с вершинами $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$

Задача 4. Вычислить поверхностные интегралы по площади поверхности (I рода) $\iint_{\sigma} z dx dy$, где σ – внешняя сторона эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Задача 5. В читальном зале имеются шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплёте. Библиотекарь наудачу берёт учебники один за другим до появления учебника в переплёте. Найти вероятность того, что он возьмет не более трёх учебников

Задача 6. Потребление электроэнергии предприятиями №1 и №2 в течении суток характеризуются следующими данными:

Для предприятия №1				
X_i	840	860	880	990
$p(X_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Для предприятия №2			
Y_i	950	980	1000
$p(Y_i)$	0,3	0,5	0,2

Найдите ряды распределения количества электроэнергии, потребляемой в течении суток обоими предприятиями.

Задача 7. При взвешивании получается ошибка, подчиненная нормальному закону с $\sigma = 20g$. Найдите вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей 30 г.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sqrt{x}, y = 1/x, x = 16.$$

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4x,$$

$$z = 10 - y^2, z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L xy dl$, где L – контур квадрата $|x| + |y| = 3$.

Задача 5. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода: $\int_L \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}$, где L – первая четверть окружности, $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ пробегается против хода часовой стрелки.

Задача 6. Найти величину наибольшей скорости возрастания скалярного поля $u = x^2 y^2 z$ в точке $M_0(-1; 0; 3)$.

Задача 7. Вероятность выигрыша на каждый из лотерейных билетов равна 0,02. Имеются 100 билетов из разных серий. Найти: 1) наивероятнейшее число проигравших билетов; 2) вероятность того, что выигрыш выпадает на 80 билетов; 3) вероятность того, что выигрыш выпадает на число билетов от 50 до 90.

Задача 8. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию с интервалом движения 7 мин. Считая момент прихода пассажира распределённым равномерно, найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L 5 \sin 2x dl$, где L – дуга кривой

$$y = 3 + \ln \sin x, \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}.$$

Задача 2. Найти скорость изменения скалярного поля $u = xy^2 + z^2$ в точке $M_0(-1,1,0)$ в направлении вектора \vec{l} , образующего с координатными осями острые углы α, β, γ , причем $\alpha = \pi/3, \beta = \pi/3$.

Задача 3. Предприятие изготавливает 95% изделий стандартных, причем из них 86% - первого сорта. Найдите вероятность того, что: 1) взятое наудачу изделие первого сорта; 2) из двух взятых изделий хотя бы одно первого сорта.

Задача 4. Плотность вероятностей величины X имеет вид:

$$f(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X < 0 \\ \frac{A}{\sqrt{9 - X^2}} & \text{при } 0 < X < 3 \\ 0 & \text{при } X > 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.
 $y = \sin x, y = \cos x, x = 0, (x \geq 0)$.

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4x,$$

$$z = 12 - y^2, z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L \sin^2 x \cos^3 x dl$, где

L – дуга кривой $y = \ln \sin x, \pi/6 \leq x \leq \pi/4$

Задача 5. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода $\int_L y dx + 2z dy - 3x dz$,

где L – виток винтовой линии $x = \cos t, y = \sin t, z = t. 0 \leq t \leq 2\pi$

Задача 6. Найти поток векторного поля $\vec{a} = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$ через часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с положительным направлением оси Oz).

Задача 7. Найти наибольшую скорость возрастания скалярного поля $u = \ln(3y^2 + 4z^2)$ в точке $M_0(0;1;-1)$.

Задача 8. Автомат изготавливает подшипники, которые считаются годными, если отклонение X от проектного размера по модулю не превосходит $0,77$. Каково наиболее вероятное число годных подшипников из 100, если X распределено нормально с $\sigma = 0,4 \text{ мм}$?

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 fdy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 fdy$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sin x, y = \cos x, x = 0, (x \leq 0).$$

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 2y,$$

$$z = 9/4 - x^2, z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода:

$$\int_L (5x - y) dl, \text{ где } L - \text{ контур треугольника с вершинами } O(0,0), A(2,0), B(0,2)$$

Задача 5. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода: $\int_L x^2 dx + \frac{dy}{y^2}$, где L –

дуга кривой $x = \frac{1}{y}$ от точки A(1,1) до точки B(4, $\frac{1}{4}$)

Задача 6. Вычислить поверхностные интегралы по площади поверхности (I рода) $\iint_{\sigma} x^2 dydz$, где σ – внешняя сторона части поверхности параболоиды

$$z = \frac{4}{R^2}(x^2 + y^2), x \geq 0, y \geq 0, z \leq H.$$

Задача 7. Среди волокон хлопка определённого сорта в среднем 75% имеют длину, меньшую чем 45 мм, и 25% – длину большую (или равную) 45 мм. Наудачу отобрано 6 волокон. Найти вероятность того, что: 1) три волокна имеют длину меньшую чем 45 мм; 2) от 2 до 4 волокон имеют длину большую 45мм.

Задача 8. В результате испытаний двух приборов (А и В) установлена вероятность наблюдения помех, оцениваемых по трехбалльной системе.

Уровень помех		1	2	3
Вероятность наблюдения помех данного уровня	Прибор А	0,40	0,35	0,25
	Прибор В	0,35	0,45	0,20

По приведённым данным выбрать лучший прибор, если лучше является тот, который в среднем имеет меньший уровень помех.

3. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Образуется ли линейное пространство Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число α ?

Задача 2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$$

$$Bx = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$$

$$Cx = (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3).$$

Задача 3. Коллинеарны ли векторы \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 , построенные по векторам \mathbf{a} и \mathbf{b} $\mathbf{a} = \{1, -2, 3\}$, $\mathbf{b} = \{3, 0, -1\}$, $\mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 4\mathbf{b}$, $\mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - \mathbf{a}$.

Задача 4 Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через пересекающиеся прямые

$$\frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1} \text{ и } \frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}$$

можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если

$$M_1(-1, 2, -3), M_2(4, -1, 0), M_3(2, 1, -2), M_0(1, -6, -5).$$

Задача 2. Найти $3A - B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Задача 3. Найти производные функции:

$$y = \cos(\ln 13) - \frac{1}{44} \frac{\cos^2 22x}{\sin 44x}.$$

Задача 4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. По координатам точек $A(4,3,-2)$, $B(-3,-1,4)$, $C(2,2,1)$ найти проекцию вектора $\vec{c} = AC$ на вектор $\vec{d} = CB$.

Задача 2. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности найти x_1

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

Задача 6. Найти угол наклона касательной к $y = x^2 - 5x + 8$ в точке $x_0 = 3$ с осью OX

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Что можно сказать о дифференцируемости суммы $f(x) + g(x)$ в

точке $x = x_0$ если, в этой точке:

а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема;

б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы.

Задача 2. Исходя из определения производной, найти $f'(0)$.

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Задача 3. Сформулировать на языке « $\varepsilon - \delta$ » утверждение: «Функция $f(x)$, определенная в окрестности точки x_0 , не является непрерывной в этой точке».

Задача 4. Является ли бесконечно большой при $x \rightarrow 0$ функция $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$?

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Вычислить модуль векторного произведения векторов $4\vec{b} \times 2\vec{c}$, если $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$.

Задача 2. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \\ x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 3. Одинаково ли удалены точки $P(1, -4, 2)$ и $Q(7, 1, -5)$ от плоскости $6x + 5y - 7z - 27 = 0$?

Задача 4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $(1, -2)$ параллельно прямой $x + 2y - 6 = 0$.

Задача 5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

Задача 6. Найти производную $y = (1 + x^2)^{e^x}$

Задача 7. Совпадают ли прямые $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+2}{4}$ и $4x + 5y - 2 = 0$?

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3, 4, 5)$, $B(1, 2, 1)$, $C(-2, -3, 6)$, $D(3, -6, -3)$. Найти объем пирамиды.

Задача 2. Найти расстояние от точки $(4, -1)$ до прямой $8x - 15y - 11 = 0$.

Задача 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности найти x_1

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2 \end{cases}$$

Задача 4. Уравнение прямой привести к каноническому виду:

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$

Задача 6. Классифицировать разрыв функции $y = \arctg \frac{1}{x}$

Задача 7. Совпадают ли прямые $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+2}{4}$ и $4x+5y-2=0$?

2 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Понятие первообразной функции. Теоремы о первообразных.

Задача 2. Неопределенный интеграл, его свойства.

Задача 3. Определить простейшие операции над комплексными числами.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$$

Задача 2. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$$

Задача 3. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

Задача 4. Выполнить действия над комплексными числами и результат записать в экспоненциальной форме:

$$(-2 - 2\sqrt{3}i)^{33}$$

Задача 5. Найти все корни комплексного числа и расположить их на комплексной плоскости:

$$\sqrt[3]{-\sqrt{3} + \sqrt{3}i}$$

Задача 6. Найти частные производные первого и второго порядков от функ-

ции: $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$

Задача 7. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ от сложной функции: $z = \cos(x + y)$,
если $x = t^2 + s$, $y = t - \ln s$

Задача 8. Найти все асимптоты функции: $\frac{9 - 10x^2}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\text{Im } z$,

$$z = \frac{3i}{-1-i} + \frac{1-i}{i} - i^9$$

2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$

3. Вычислить определённый интеграл $\int_{-1}^1 x \sin 3x dx$

4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{(x-1)^2(x+3)}$

5. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x + \cos x}$.

6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y^2 = x - 1$, $x = 5$

7. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \frac{x-y}{x+y}$

8. Найти расстояние от точки минимума функции $z = (x + y^2)e^{\frac{x}{2}}$ до начала координат

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Задача 2. Интегрирование по частям.

Задача 3. Какой из интегралов больше:

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx ?$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Im} z$,

$$z = \frac{-1-i}{2+i} + \frac{3-2i}{-i} - i^8$$
2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+2}}$
3. Вычислить определённый интеграл $\int_1^2 x 2^{3x} dx$
4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{x dx}{(x-2)(1+x)^2}$
5. Вычислить определённый интеграл $\int_{2\arctg(1/3)}^{2\arctg(1/2)} \frac{dx}{\sin x(1-\sin x)}$.
6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = \ln x$; $y = 0$; $x = 1$, $x = e$
7. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \sin(\sqrt{x} - 5y)$
8. Сколько точек экстремума имеет функция $z = x(12 - x - y) + \frac{y^2}{2}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

1. Выполнить действия над комплексными числами и укажите $\operatorname{Re} z$,

$$z = \frac{-2-4i}{-1+i} + \frac{-2+2i}{-4i} - i^{31}$$
2. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-3x^2}}$
3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^1 x e^{2x} dx$
4. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{(2+x^2)x^2}$
5. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin dx}{1 + \sin x + \cos x}$.
6. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в декартовых координатах: $y = 1 - 2x^2$, $y = x$
7. Найти частные производные первого порядка от функции

$$z = x^2 y + \ln(x^2 + y^2)$$
8. Найти расстояние от точки минимума функции $z = (x + y^2)e^x$ до начала координат

3 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения

$$y - xy' = \frac{x}{\cos\left(\frac{y}{x}\right)}.$$

Задача 2. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 25y = 0.$$

Задача 3. Найти частное решение уравнения

$$y'' + y' - 2y = 6x^2$$

Задача 4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$.

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n^n}{(n+1)^n}$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения

$$xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right).$$

Задача 2. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 16y = 0.$$

Задача 3. Найти частное решение уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^{4x},$$

Задача 4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$.

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{3n^2 - 2} \right)^n$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' + \frac{2y}{x} = x^3.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - 3y' - 2y = -4xe^x.$$

Задача 4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x.$$

Задача 5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 - 3}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}.$$

Задача 6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{2n^2 + 1}{5n^2 + 1} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln(n+1)}{n\sqrt{n}}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^{n-1}3^n}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 0; & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - 2; & 1 < x \leq 2; \quad f(x) - \text{четная.} \\ -2x + 6; & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

Задача 2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$.

Задача 3. Дать определение математическому ожиданию и дисперсии дискретной случайной величины.

Задача 4. В большой серии испытаний 70% проб указывает на наличие и 30% на отсутствие загрязнения. Найти вероятность того, что при взятии 8 проб 5 из них будут указывать на загрязнение.

Задача 5. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(X)$. Найти функцию распределения $F(X)$, построить график функции $F(X)$, найти значение параметра ν , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2}(\sin X + 1) & \text{при } -\pi/2 < X \leq \nu \\ 1 & \text{при } X > \nu \end{cases} \quad (\alpha, \beta) = \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$\sqrt{5 + y^2} dx + 4(x^2 y + y) dy = 0.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' + y = xy^2.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}.$$

Задача 4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x.$$

Задача 5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

Задача 6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3^n (2n-1)}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n+1)}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{2n}}{n+1}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = x; \quad -2 \leq x \leq 2.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2.$$

Задача 2. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{x}{y^2}.$$

Задача 3. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}.$$

Задача 4. Найдите общее решение однородного уравнения и укажите *вид* частного решения неоднородного уравнения:

$$y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x.$$

Задача 5. Исследуйте числовые ряды на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^{n+1}}.$$

Задача 6. Исследуйте ряды на абсолютную/условную сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

Задача 7. Найдите область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+1)5^n}.$$

Задача 8. Запишите разложение функции $f(x)$ в ряд Фурье (коэффициенты не находить):

$$f(x) = \begin{cases} 3; & 0 \leq x \leq 4 \\ 0; & 4 < x \leq 6 \end{cases}; f(x) - \text{четная}.$$

4 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$$

$$Bx = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$$

$$Cx = (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3).$$

Задача 2. Пусть

$$x = \{x_1, x_2, x_3\}, Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}, Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}.$$

Найти ABx .

Задача 3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 .

$$M_1(-3, 4, -7), M_2(1, 5, -4), M_3(-5, -2, 0), M_0(-12, 7, -1).$$

Задача 4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{BC} .

Задача 5. Найти производную.

$$y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} \arcsin \frac{2}{x}, \quad x > 0.$$

Задача 6. Найти производную.

$$y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

Задача 7. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

Задача 8. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x-3}}{\sqrt{x-2}}.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

Задача 2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$.

Задача 3. При изготовлении детали заготовка должна пройти через четыре операции. Предполагая, что появление брака на отдельных операциях суть независимые события, найти вероятность изготовления стандартной детали, если вероятность брака на первой операции равна 0,02, на второй – 0,01, на третьей – 0,02, на четвёртой – 0,03.

Задача 4. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1 и 2 коробки деталей изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь завода №1 стандартна, равна 0,8, а завода №2 – 0,3. Сборщик наудачу извлёк деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.

Задача 5. Пусть X – число белых шаров среди трёх наугад вынутых из ящика в котором 5 белых и 7 чёрных шаров. Найти дисперсию $D(X)$.

Задача 6. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(X)$. Найти функцию распределения $F(X)$, построить график функции $F(X)$, найти значение параметра ν , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq 1 \\ \frac{(X-1)^2}{9} & \text{при } 1 < X \leq \nu \\ 1 & \text{при } X > \nu \end{cases} (\alpha, \beta) = (2; 3)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sqrt{x}, y = 1/x, x = 16.$$

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 4x,$$

$$z = 10 - y^2, \quad z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L xy \, dl$, где L – контур квадрата $|x| + |y| = 3$.

Задача 5. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода: $\int_L \frac{dy}{x} - \frac{dx}{y}$, где L – первая четверть окружности, $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ пробегаемая против хода часовой стрелки.

Задача 6. Найти величину наибольшей скорости возрастания скалярного поля $u = x^2 y^2 z$ в точке $M_0(-1; 0; 3)$.

Задача 7. Вероятность выигрыша на каждый из лотерейных билетов равна 0,02. Имеются 100 билетов из разных серий. Найти: 1) наивероятнейшее число проигравших билетов; 2) вероятность того, что выигрыш выпадает на 80 билетов; 3) вероятность того, что выигрыш выпадает на число билетов от 50 до 90.

Задача 8. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию с интервалом движения 7 мин. Считая момент прихода пассажира распределённым равномерно, найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x \, dx.$$

Задача 2. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Задача 3. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} \, dx.$$

Задача 4. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}.$$

Задача 5. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^8 x \, dx.$$

Задача 6. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx.$$

Задача 7. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} \, dx.$$

Задача 8. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$y = (x - 2)^3,$$

$$y = 4x - 8.$$

Задача 9. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями.

$$\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2 \quad (x \geq 2).$$

Задача 10. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными в полярных координатах.

$$r = 4 \cos 3\varphi, \quad r = 2 \quad (r \geq 2).$$

Задача 11. Вычислить объемы тел, ограниченных поверхностями.

$$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1, \quad z = y, \quad z = 0 \quad (y \geq 0).$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f \, dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f \, dx$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = 2/x, \quad y = 5e^x, \quad y = 2, \quad y = 5.$$

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 2y,$$

$$z = 13/4 - x^2, \quad z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода: $\int_L (x^2y + 1) dl$, где L – отрезок прямой, соединяющей точки A (1,-3) и B (2,-1)

Задача 5. Вычислить поверхностные интегралы по площади поверхности (I рода) $\iint_{\sigma} y dx dz$, где σ – верхняя сторона части плоскости $x + y + z = a$, лежащей в первом октанте;

Задача 6. Найти величину наибольшей скорости возрастания скалярного поля $u = x^2yz$ в точке $M_0(2;0;2)$.

Задача 7. На склад поступает продукция трёх фабрик, причём продукция первой фабрики составляет 20%, второй – 46% и третьей – 1%. Взятое наудачу изделие оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на первой фабрике.

Задача 8. Станок-автомат изготавливает валики, контролируя их диаметры X. Считая, что X распределено нормально, $a = 10 \text{ мм}, \sigma = 0,1$, найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy$$

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y = \sin x, y = \cos x, x = 0, (x \leq 0).$$

Задача 3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$x^2 + y^2 = 2y,$$

$$z = 9/4 - x^2, z = 0.$$

Задача 4. Вычислить криволинейные интегралы I-го рода:

$$\int_L (5x - y) dl, \text{ где } L \text{ – контур треугольника с вершинами } O(0,0), A(2,0), B(0,2)$$

Задача 5. Вычислить криволинейные интегралы 2-го рода: $\int_L x^2 dx + \frac{dy}{y^2}$, где L –

дуга кривой $x = \frac{1}{y}$ от точки A(1,1) до точки B(4, $\frac{1}{4}$)

Задача 6. Вычислить поверхностные интегралы по площади поверхности (I рода) $\iint_{\sigma} x^2 dy dz$, где σ – внешняя сторона части поверхности параболоиды

$$z = \frac{4}{R^2}(x^2 + y^2), x \geq 0, y \geq 0, z \leq H.$$

Задача 7. Среди волокон хлопка определённого сорта в среднем 75% имеют длину, меньшую чем 45 мм, и 25% – длину большую (или равную) 45 мм.

Наудачу отобрано 6 волокон. Найти вероятность того, что: 1) три волокна имеют длину меньшую чем 45 мм; 2) от 2 до 4 волокон имеют длину большую 45мм.

Задача 8. В результате испытаний двух приборов (А и В) установлена вероятность наблюдения помех, оцениваемых по трехбалльной системе.

Уровень помех		1	2	3
Вероятность наблюдения помех данного уровня	Прибор А	0,40	0,35	0,25
	Прибор В	0,35	0,45	0,20

По приведённым данным выбрать лучший прибор, если лучше является тот, который в среднем имеет меньший уровень помех.

4. Оценочные средства (оценочные материалы) для проведения промежуточной аттестации обучающихся (защиты курсового проекта, курсовой работы) по дисциплине (модулю)

1 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Образует ли линейное пространство Множество всех векторов трехмерного пространства, координаты которых – целые числа, в котором определены сумма любых двух элементов a и b и произведение любого элемента a на любое число α ?

Задача 2. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$$

$$Bx = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$$

$$Cx = (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3).$$

Задача 3. Коллинеарны ли векторы \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 , построенные по векторам \mathbf{a} и \mathbf{b} ?

$$\mathbf{a} = \{1, -2, 3\}, \quad \mathbf{b} = \{3, 0, -1\}, \quad \mathbf{c}_1 = 2\mathbf{a} + 4\mathbf{b}, \quad \mathbf{c}_2 = 3\mathbf{b} - \mathbf{a}.$$

Задача 4 Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через пересекающиеся прямые

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1} \text{ и } \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$$

можно записать в виде

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Задача 5. Что можно сказать о дифференцируемости суммы $f(x) + g(x)$ в точке $x = x_0$ если, в этой точке:

- а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема;
- б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы.

Задача 6. Исходя из определения производной, найти $f'(0)$.

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Задача 7. Сформулировать на языке « $\varepsilon - \delta$ » утверждение: «Функция $f(x)$, определенная в окрестности точки x_0 , не является непрерывной в этой точке».

Задача 8. Является ли бесконечно большой при $x \rightarrow 0$ функция $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$?

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3 , если

$$M_1(-1, 2, -3), M_2(4, -1, 0), M_3(2, 1, -2), M_0(1, -6, -5).$$

Задача 2. Найти $3A - B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Задача 3. Найти производные функции:

$$y = \cos(\ln 13) - \frac{1}{44} \frac{\cos^2 22x}{\sin 44x}.$$

Задача 4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{BC} , если

$$A(4, -2, 0), B(1, -1, -5), C(-2, 1, -3).$$

Задача 2. Найти какой-нибудь базис и определить размерность линейного пространства решений системы.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

Задача 3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$$

Задача 4. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$$

Задача 5. Найти производные функций:

$$1. y = \ln\left(2x - 3 + \sqrt{4x^2 - 12x + 10}\right) - \sqrt{4x^2 - 12x + 10} \operatorname{arctg}(2x - 3).$$

$$2. y = x^{3^x} \cdot 2^x.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Провести полное исследование функции и построить ее график.

$$y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}.$$

Задача 2. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0.$$

Задача 3. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора проектирования на ось Ox ;

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Найти решение системы уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 5x + 3z = 2 \\ 2x - y = 0 \\ -2x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

Задача 2. Найти угол между плоскостями

$$3x - y + 2z + 15 = 0, \quad 5x + 9y - 3z - 1 = 0.$$

Задача 3. Найти решение системы уравнений с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Задача 4. Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$$y = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}.$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Написать канонические уравнения прямой

$$2x + 3y + z + 6 = 0, \quad x - 3y - 2z + 3 = 0.$$

Задача 2. Найти точку пересечения прямой, заданной каноническими уравнениями, и плоскости

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, \quad x + 3y - 5z + 9 = 0.$$

Задача 3. Найти матрицу в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3, \quad e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, \quad e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3,$$

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) :
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра $t = t_0$.

$$\begin{cases} x = a \sin^3 t, \\ y = a \cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$$

Задача 5. Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

2 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Понятие первообразной функции. Теоремы о первообразных.

Задача 2. Неопределенный интеграл, его свойства.

Задача 3. Определить простейшие операции над комплексными числами.

Задача 4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Задача 5. Интегрирование по частям.

Задача 6. Какой из интегралов больше:

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx \text{ или } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx?$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$$

Задача 2. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$$

Задача 3. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

Задача 4. Выполнить действия над комплексными числами и результат записать в экспоненциальной форме:

$$\left(-2 - 2\sqrt{3}i \right)^{33}$$

Задача 5. Найти все корни комплексного числа и расположить их на комплексной плоскости:

$$\sqrt[3]{-\sqrt{3} + \sqrt{3}i}$$

Задача 6. Найти частные производные первого и второго порядков от функции:

$$z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$$

Задача 7. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ от сложной функции: $z = \cos(x + y)$,
если $x = t^2 + s$, $y = t - \ln s$

Задача 8. Найти все асимптоты функции: $\frac{9 - 10x^2}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Найти значение интеграла:

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1} dx$$

Задача 2. Найти значение интеграла:

$$\int_0^2 \frac{dx}{(4 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Задача 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = \frac{1}{x^2}, y=0, x=1, x=2.$$

Задача 4. Найти экстремумы функции: $z = 2xy - 4x - 2y$

Задача 5. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности: $x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0$ в точке $M(1, 2, 2)$

Задача 6. Дана функция: $y = x\sqrt{(x-1)^3}$, найти

а.) промежутки возрастания и убывания, экстремумы;

б.) промежутки выпуклости и вогнутости функции, точки перегиба.

Задача 7. Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число: $2 + i2\sqrt{3}$.

Задача 8. Найти все значения корня $\sqrt[3]{-1 + i}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Найти $\frac{5i \cdot (7 - 3i)}{2 + 3i}$

Задача 2. Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число: $5 + 5i$

Задача 3. Найти $(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^3$

Задача 4. Найти значение интеграла:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$$

Задача 5. Найти значение интеграла:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$$

Задача 6. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности: $z = \sin \frac{x}{y}$ в точке $M(\pi, 1, 0)$

Задача 7. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ от сложной функции: $z = \cos(xy)$, если $x = \ln(t+s)$, $y = t - \sin s$

Задача 8. Найти все асимптоты функции: $\frac{3x^2 - 10}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Найти $(2i)^2 + \frac{4+3i}{1+2i}$

Задача 2 Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число: 7

Задача 3. Найти $(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)^6$

Задача 4. Найти значение интеграла:

$$\int \frac{xdx}{3-2x^2}$$

Задача 5. Найти значение интеграла:

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{x^4 - 81} dx$$

Задача 6. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности: $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ в точке $M(2, 3, 2)$

Задача 7. Найти частные производные первого и второго порядков от функции: $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

Задача 8. Дана функция: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$, найти

а.) промежутки возрастания и убывания, экстремумы;

б.) промежутки выпуклости и вогнутости функции, точки перегиба.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$$

Задача 2. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Задача 3. Найти неопределенные интегралы.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x + 1)(x + 2)^3} dx.$$

Задача 4. Выполнить действия над комплексными числами и результат записать в экспоненциальной форме:

$$\left(-2 - 2\sqrt{3}i\right)^{33}$$

Задача 5. Найти все корни комплексного числа и расположить их на комплексной плоскости:

$$\sqrt[3]{-\sqrt{3} + \sqrt{3}i}$$

Задача 6. Найти частные производные первого и второго порядков от функ-

ции: $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$

Задача 7. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ от сложной функции: $z = \cos(x + y)$,

если $x = t^2 + s$, $y = t - \ln s$

Задача 8. Найти все асимптоты функции: $\frac{9 - 10x^2}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

3 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения

$$y - xy' = \frac{x}{\cos\left(\frac{y}{x}\right)}.$$

Задача 2. Найти общий интеграл уравнения

$$y' = y/x + \sin(y/x).$$

Задача 3. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 25y = 0.$$

Задача 4. Найти частное решение уравнения

$$y'' + y' - 2y = 6x^2$$

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$.

Задача 6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n^n}{(n+1)^n}$.

Задача 7. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочере-

дующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}$.

Задача 8. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения

$$xy' - y = x \operatorname{tg}(y/x).$$

Задача 2. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 16y = 0.$$

Задача 3. Найти частное решение уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^{4x},$$

Задача 4. Найти значения *a* и *b*

$$y'' - 4y = 8x^2$$

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$.

Задача 6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{3n^2 - 2} \right)^n$.

Задача 7. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочере-

дующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$.

Задача 8. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения

$$y' = (2x-1)\operatorname{ctg} y.$$

Задача 2. Найти частное решение уравнения

$$y''' - 7y'' + 6y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 30.$$

Задача 3. Найти общее решение уравнения

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$$

Задача 4. Найти общее и частное решение уравнения

$$y'' + y' - 2y = -\sin(3x)$$

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}$.

Задача 6. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

Задача 7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + n}$.

Задача 8. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = e^{3x}$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения .

Задача 2. Найти общее решение уравнения

Задача 3. Найти матрицу для системы ,

записать ее общее решение в форме Коши (систему не решать, интегралы не находить).

Задача 4. Нарисовать линию, на которой могут находиться точки экстремума интегральных кривых уравнения

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n}\right)^n$.

Задача 6. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}.$$

Задача 7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

Задача 8. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \cos \frac{2x^3}{3}$.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} f(x, y) dy$

Задача 2. Вычислить $\iint_D \frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2} dx dy$, где $D: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$

Задача 3. Найти площадь, ограниченную линиями: $x = 4, \sqrt{x} = y, 2\sqrt{x} = y$

Задача 4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $y = 6 - x, 2x = y, y = 1, z = x^2 + y^2, z = 0$

Задача 5. Известно, что 96% продукции стандартно. Упрощённый контроль признаёт пригодной стандартную деталь с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что деталь, прошедшая контроль стандартна.

Задача 6. Первосортные детали выпускаются с вероятностью 0,9. Найти наименьшее число деталей, которые следует проверить, чтобы с вероятностью 0,95 относительная частота первосортных изделий отличалась от 0,9 не более чем на 0,01 во всей партии.

Задача 7. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения X_1 и X_2 ($X_1 < X_2$). Найти закон распределения и построить многогранник распределения случайной величины X , если известны вероятность $P_1 = 0,4$ возможного значения X_1 , математическое ожидание $M(X) = 3,6$ и дисперсия $D(X) = 0,24$. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$.

Задача 8. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$. Найти плотность распределения $f(x)$, построить график функции $f(x)$, найти значение параметра ν , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 3\pi/4 \\ \sin 2x & \text{при } 3\pi/4 < x \leq \pi \\ 0 & \text{при } x > \pi \end{cases} (\alpha, \beta) = \left(\frac{5\pi}{6}; \pi \right)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Найти общий интеграл уравнения

Задача 2. Найти общий интеграл уравнения

Задача 3. Найти общее решение уравнения

Задача 4. Нарисовать линии, на которых могут находиться точки минимума интегральных кривых уравнения .

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$.

Задача 6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}$.

Задача 7. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n+1)n}$.

Задача 8. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n (n^2 + 1)}$.

4 семестр

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.1)

Задача 1. Якобиан, его геометрический смысл.

Задача 2. Двойной интеграл в полярных координатах

Задача 3. Векторное поле. Поток векторного поля через поверхность, его физический смысл.

Задача 4. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Инвариантное определение дивергенции. Свойства дивергенции.

Задача 5. Соленоидальное поле, его основные свойства.

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.2)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_0^{\frac{2}{x^3}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f(x, y) dy$$

Задача 2. Вычислить $\iint_D x^2 y e^{xy} dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$

Задача 3. Найти площадь, ограниченную линиями: $4x = x^2 + y^2$, $8x = x^2 + y^2$, $x = y$, $2x = y$

Задача 1. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $z = (x-1)^2 + y^2$, $2x + z = 2$

Задача 4. При изготовлении детали заготовка должна пройти через четыре операции. Предполагая, что появление брака на отдельных операциях суть независимые события, найти вероятность изготовления стандартной детали, если вероятность брака на первой операции равна 0,02, на второй – 0,01, на третьей – 0,02, на четвёртой – 0,03.

Задача 5. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1 и 2 коробки деталей изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь завода №1 стандартна, равна 0,8, а завода №2 – 0,3. Сборщик наудачу извлёк деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.

Задача 6. Пусть X – число белых шаров среди трёх наугад вынутых из ящика в котором 5 белых и 7 чёрных шаров. Найти дисперсию $D(X)$.

Задача 7. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(X)$. Найти функцию распределения $F(X)$, построить график функции $F(X)$, найти значение параметра α , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq 1 \\ (X-1)^2 & \text{при } 1 < X \leq \alpha \\ 9 & \text{при } X > \alpha \end{cases} \quad (\alpha, \beta) = (2; 3)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-1.3)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$

Задача 2. Вычислить $\iint_D \frac{3y^2}{1+x^2} dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

Задача 3. Найти площадь, ограниченную линиями: $y^2 + x^2 - 2x = 0$,
 $y^2 + x^2 - 8x = 0$

Задача 4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $z = x^2 + y^2$,
 $y = x^2, y = 1, z = 0$

Задача 5. В мастерской работают три станка. За смену первый станок может потребовать наладки с вероятностью 0,15 (и после этого до конца смены ему наладки больше не потребуются). Для второго станка эта вероятность равна 0,1, а для третьего – 0,12. Считая, что станки требуют наладки независимо друг от друга, найти вероятность того, что хотя бы один станок за смену потребует наладки.

Задача 6. Диспетчер следит за 40 независимо функционирующими объектами. Для каждого из них вероятность потребовать внимание диспетчера за время t равна 0,1. Найти вероятность того, что число объектов потребовавших внимания будет не больше 5.

Задача 7. На пути движения автомобиля 4 светофора. Каждый с вероятностью 0,5 разрешает, либо запрещает автомобилю дальнейшее движение. Найти закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки, построить функцию распределения, найти $M(X)$.

Задача 8. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(X)$. Найти функцию распределения $F(X)$, построить график функции $F(X)$, найти значение параметра α , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos X) & \text{при } 0 < X \leq \pi \\ 1 & \text{при } X > \pi \end{cases} (\alpha, \beta) = \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.1)

Задача 1. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $z = x^2 + y^2$, $4 = x^2 + y^2$, $z = 0$

Задача 2. Теорема суммы и произведения вероятностей.

Задача 3. Дать определение математическому ожиданию и дисперсии дискретной случайной величины.

Задача 4. В большой серии испытаний 70% проб указывает на наличие и 30% на отсутствие загрязнения. Найти вероятность того, что при взятии 8 проб 5 из них будут указывать на загрязнение.

Задача 5. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(X)$. Найти функцию распределения $F(X)$, построить график функции $F(X)$, найти значение параметра π , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2}(\sin X + 1) & \text{при } -\pi/2 < X \leq \pi \\ 1 & \text{при } X > \pi \end{cases} (\alpha, \beta) = \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.2)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{\frac{(1-x)^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$

Задача 2. Вычислить $\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy$, где $D: x^2 + y^2 = 4 \quad x \geq 0, y \geq 0$

Задача 3. Найти площадь, ограниченную линиями: $x + 3y = 0$, $4 + x = y^2$

Задача 4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $4x - z = 0$, $2x - z = 0$, $2x = x^2 + y^2$

Задача 5. В телевизионном ателье имеются 4 кинескопа. Вероятности того, что кинескоп выдержит гарантийный срок службы, соответственно равны 0,8; 0,85; 0,9; 0,95. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

Задача 6. В квартире 4 электролампочки. Для каждой лампочки вероятность того, что она останется исправной в течении года равна $5/6$. Найти вероят-

ность того, что в течении года придётся заменить не менее половины лампочек.

Задача 7. Случайная величина X заданна законом распределения:

X	2	7	8
P	0,5	0,3	0,2

Найти функцию распределения вероятностей и построить ее график. Найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

Задача 8. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(X)$. Найти функцию распределения $F(X)$, построить график функции $F(X)$, найти значение параметра α , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq 5 \\ \frac{X-5}{5} & \text{при } 5 < X \leq \alpha \\ 1 & \text{при } X > \alpha \end{cases} \quad (\alpha, \beta) = (6; 7)$$

Перечень контрольных заданий и (или) вопросов для оценки сформированности компетенции ОПК-2 (контролируемый индикатор достижения компетенции ОПК-2.3)

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$

Задача 2. Вычислить $\iint_D (3yx^2 - 2x^3) dx dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$

Задача 3. Найти площадь, ограниченную линиями: $y^2 + (x-3)^2 = 9$,
 $(y-3)^2 + x^2 = 9$

Задача 4. Найти объём тела, ограниченный поверхностями: $4 = x^2 + y^2 + z^2$,
 $3z = x^2 + y^2$

Задача 5. При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С – I с вероятностью 0,8, а сигнализатор С – II срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжён сигнализатором С – I или С – II соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разрядки автомата. Найти вероятность того, что автомат снабжён сигнализатором С – I.

Задача 6. Вероятность наступления некоторого события при одном испытании равна 0,4. Найти вероятность того, что при 1000 испытаниях частота наступления этого события отклонится от вероятности 0,4 не более чем на 0,05.

Задача 7. Дискретная случайная величина X может принимать три возможных значения: $X_1 = 4$ с вероятностью $P_1 = 0,5$; $X_2 = 6$ с вероятностью $P_2 = 0,3$ и X_3 с вероятностью P_3 . Найти X_3 и P_3 если $M(X) = 8$. Найти дисперсию $D(X)$.

Задача 8. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$. Найти плотность распределения $f(x)$, построить график функции

$f(X)$, найти значение параметра ν , $M(X)$, $D(X)$ и вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β) .

$$f(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } X \leq 1 \\ \nu X^2 & \text{при } 1 < X \leq 2 \\ 0 & \text{при } X > \nu \end{cases} (\alpha, \beta) = \left(1; \frac{7}{4}\right)$$